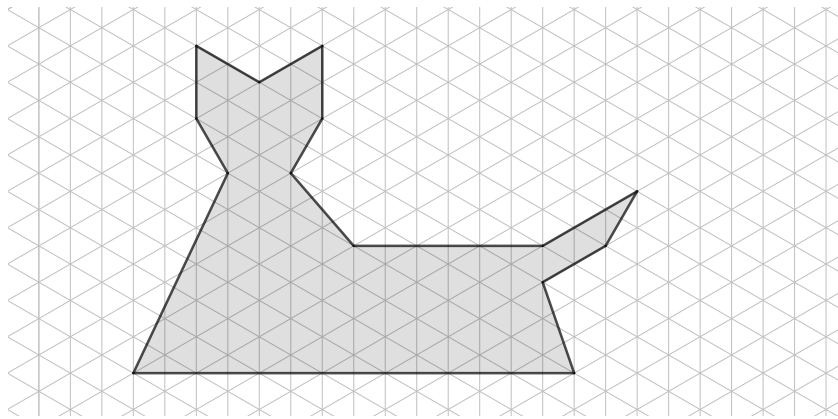




به نام خدا
هفتمین المپیاد هندسه ایران
سطح مقدماتی
۹ آبان ۱۳۹۹
زمان: ۲۴۰ دقیقه

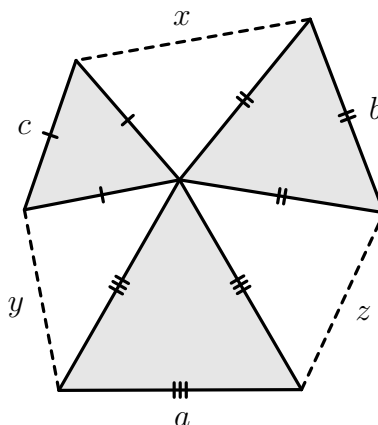
مسائل این آزمون باید تا زمان انتشار آن‌ها در وبسایت رسمی المپیاد هندسه ایران محرمانه بمانند. آدرس وبسایت: igo-official.ir

مسئله ۱. منظور از هر بار تا کردن یک کاغذ به شکل چندضلعی این است که ابتدا پاره‌خطی روی آن رسم کرده و سپس کاغذ را از روی آن پاره‌خط تا کنیم. حال فرض کنید کاغذی با طرح زیر داده شده است. با برش این کاغذ از روی مرز قسمت رنگ شده قطعه کاغذی با مرز چندضلعی به دست می‌آوریم. نشان دهید با حداکثر ۵ بار تا کردن این قطعه کاغذ می‌توان به یک مستطیل رسید. توجه کنید که لازم نیست خطوط تا بر خط‌های شبکه‌بندی شکل منطبق باشند.
(برای نوشتن راه‌حل خود شکل جدید بعد از هر مرحله تا کردن را رسم کنید و خطوط تا در مراحل مختلف را مشخص کنید.)



مسئله ۲. متوازی‌الاضلاع $ABCD$ داده شده است ($AB \neq BC$). نقاط E و G روی خط CD قرار دارند به طوری که AC نیمساز هر دو زاویه $\angle EAD$ و $\angle BAG$ است. خط BC خطوط AE و AG را به ترتیب در F و H قطع می‌کند. ثابت کنید خط FG از وسط پاره‌خط HE می‌گذرد.

مسئله ۳. با توجه به شکل، سه مثلث متساوی‌الاضلاع به طول اضلاع a ، b و c یک رأس مشترک دارند و هیچ نقطه مشترک دیگری ندارند. طول‌های x ، y و z مطابق شکل تعریف می‌شوند. ثابت کنید $۲(a + b + c) > ۳(x + y + z)$.



مسئله ۴. نقطه دلخواه P درون مثلث ABC قرار دارد. خطوط BP و CP اضلاع AC و AB را به ترتیب در E و F قطع می‌کنند. فرض کنید K و L به ترتیب وسط پاره‌های BF و CE باشند. از L و K به ترتیب خطوطی موازی با CF و BE رسم می‌کنیم تا BC را در S و T قطع کنند، همچنین نقاط M و N به ترتیب قرینه S و T نسبت به L و K هستند. ثابت کنید با تغییر مکان نقطه P داخل مثلث ABC ، خط MN از نقطه‌ای ثابت می‌گذرد.

مسئله ۵. دو رأس از یک چندضلعی ساده را قابل رؤیت از یکدیگر می‌گوییم اگر مجاور باشند، یا پاره‌خطی که آن‌ها را به هم وصل می‌کند کاملاً درون چندضلعی باشد. (بجز دو رأس انتهایی که روی محیط چندضلعی قرار دارند). همه اعداد طبیعی n را بیابید که یک چندضلعی ساده با n رأس وجود داشته باشد که هر رأس دقیقاً از ۴ رأس دیگر قابل رؤیت باشد. (چندضلعی ساده یک چندضلعی بدون حفره یا سوراخ است که خودش را قطع نمی‌کند).